អគ្គិសនីកម្ពុជា
ELECTRICITE DU CAMBODGE
វិទ្យាស្ថានវិទ្យាសាស្ត្រអគ្គិសនី
INSTITUTE OF ELECTRICAL SCIENCE
www.ies.edu.kh

បទបង្ហាញ

គណិតវិទ្យា

សំរាប់

ការប្រឡងចូលរៀននៅតាមគ្រឹះស្ថានឧត្តមសិក្សា

មាតិកា

I. ចំនួនកំផ្លិច (រំលឹក)

II. វិចទ័រ (រំលឹក)

III. អនុគមន៍ត្រីកោណមាត្រ (រំលឹក)

IV. លីមីតនៃអនុគមន៍ (រំលឹក)

V. ដេរីវេនៃអនុគមន៍ (រំលឹក)

VI. អាំតេក្រាលកំណត់ (រំលឹក)

Contents

I. ចំនួនកុំផ្លិច

ចំនួនកុំផ្លិច   Z = a + ib

$$= |Z|\angle\varphi$$

$$= |Z|e^{i\varphi}$$

$$= |Z|(cos\varphi + isin\varphi)$$

ដែល   a និង b ជាចំនួនពិត $\mathbb{R}$

i រឺ j $= \sqrt{-1}$

$|Z|$ ជាម៉ូឌុល

φ ជាអាគុយម៉ង់

I. ចំនួនកុំផ្លិច

Ex1: ចូរគណនាកន្សោម $(3+2i)+(5-6i)$

ដំណោះស្រាយ

គណនាកន្សោម

$$(3+2i)+(5-6i)$$

$$=(3+5)+[2+(-6)]i$$

$$=8+(2-6)i$$

$$=8-4i$$

Ex2: ចូរគណនារឹស នៃចំនួនកំផ្លិចខាងក្រោម

$$\sqrt{9\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)}$$

I. ចំនួនកុំផ្លិច

ដំណោះស្រាយ

គណនារឹស នៃចំនួនកុំផ្លិច

$$\sqrt{9\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)}$$

ដោយអនុវត្តន៍តាមរូបមន្តខាងក្រោម

$$W_k=\sqrt[n]{r}\left[\cos\left(\frac{\theta+2k\pi}{n}\right)+i\sin\left(\frac{\theta+2k\pi}{}\right)\right]$$

ដែល $k=0,1,2.........n-1\Rightarrow w_k=w_0,w_1,.............,w_{n-1}$

យើងបាន

$$w_k = \sqrt{9}\left[\cos\left(\frac{\frac{\pi}{4}+2k\pi}{2}\right)+i\sin\left(\frac{\frac{\pi}{4}+2k\pi}{2}\right)\right]$$

$$\Rightarrow w_k = 3\left[\cos\left(\frac{\pi}{8}+k\pi\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{8}+k\pi\right)\right]$$

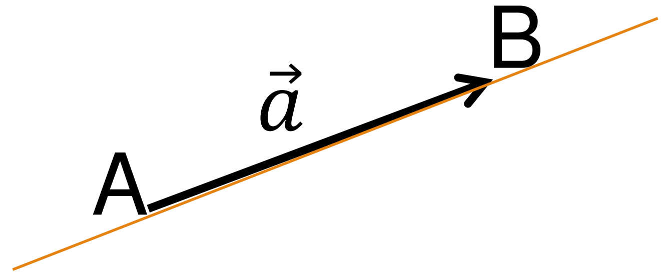
បើ $k=0 \Rightarrow w_0 = \cos\frac{\pi}{8} i\sin\frac{\pi}{8}$

$$k=1 \Rightarrow w_1 = \cos\left(\frac{\pi}{8}+\pi\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{8}+\pi\right)$$

$$\Rightarrow w_1 = \cos\left(\frac{9\pi}{8}\right)+i\sin\left(\frac{9\pi}{8}\right)$$

II. វុចទ័រ

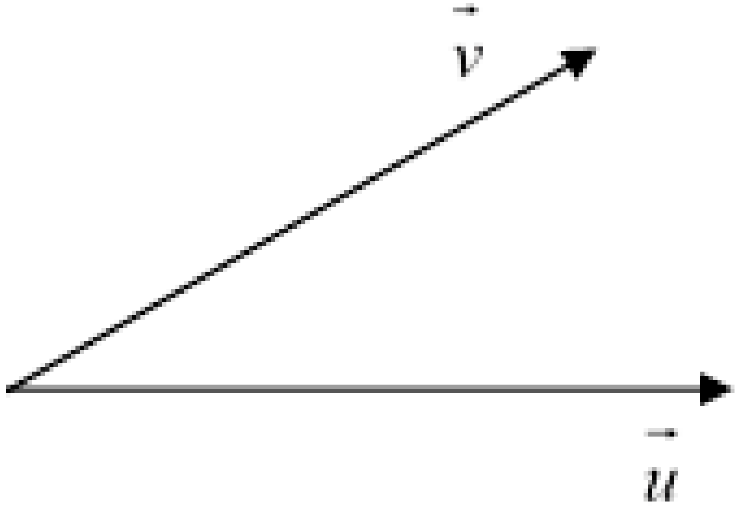
យើងមាន



វុិចទ័រ $\overrightarrow{AB}$ ឬ $\vec{a}$ សំគាល់ដោយៈ

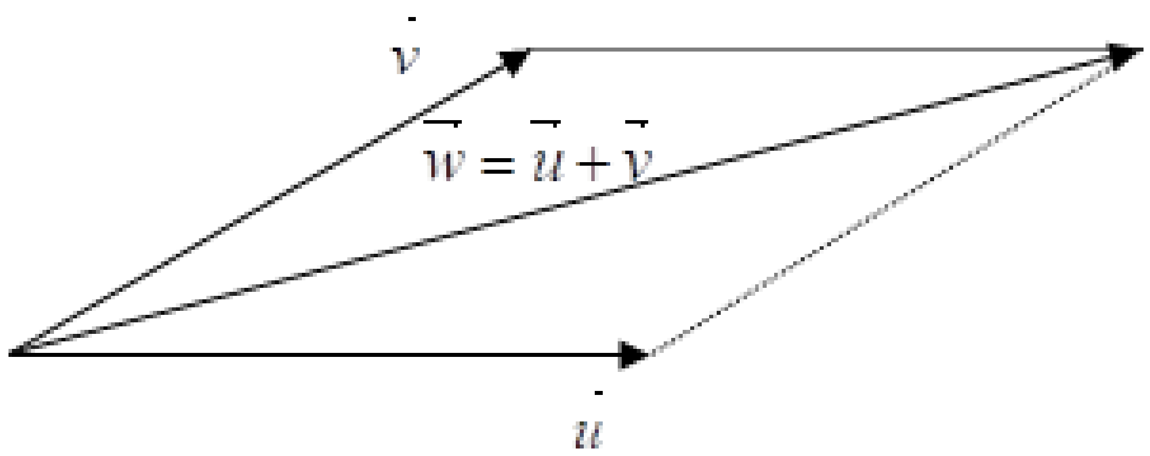
- ទិស (នៅលើបន្ទាត់(AB))
- ទិសដៅ (ពី A ទៅ B)
- ម៉ូឌុល (ប្រវែង $|AB|$ និង
- ចំនុចចាប់ (A ជា គល់ និង B ជាចុង)

Ex. ចូរសង់ផលបូកនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$ ដែលមានក្នុងរូបខាងក្រោម



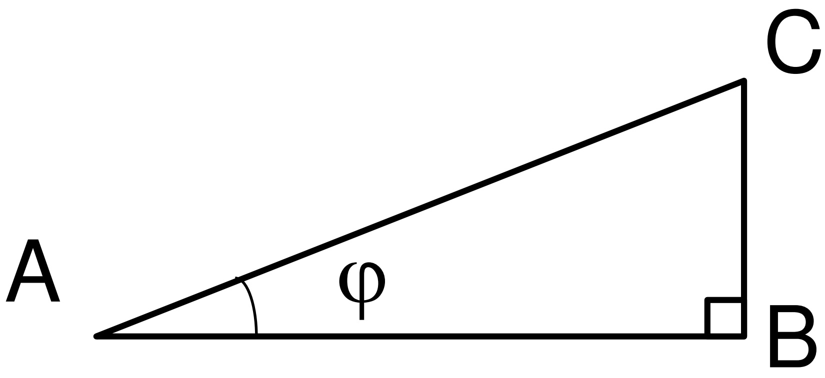
ដំណោះស្រាយ

សង់ផលបូកនៃវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{w}=\vec{u}+\vec{v}$



III. អនុគមន៍ត្រីកោណមាត្រ

យើងមានត្រីកោណកែង ABC



យើងបាន: $Cos\varphi = \frac{AB}{AC}$, $Cot\varphi = \frac{AB}{BC}$

$\mathrm{Sin}\varphi = \frac{BC}{AC}$, $tan\varphi = \frac{BC}{AB}$

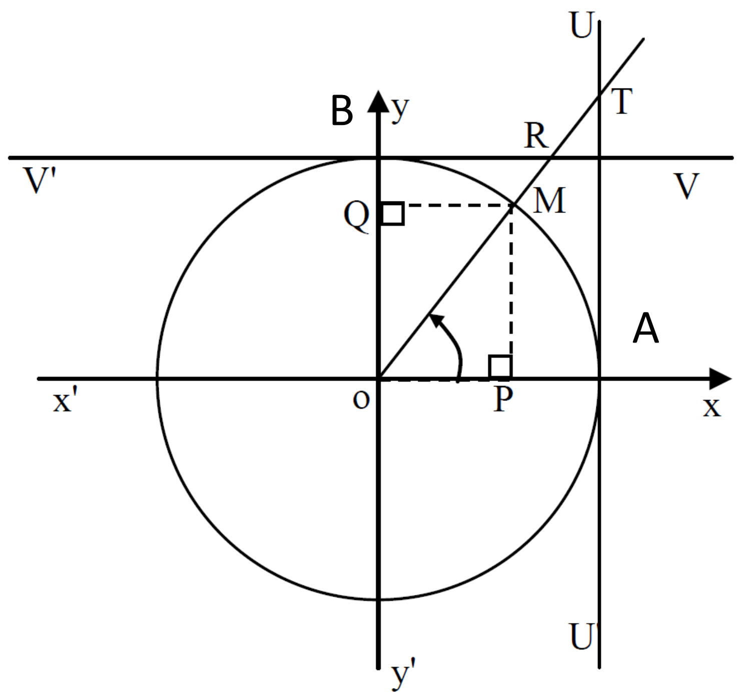
III. អនុគមន៍ត្រីកោណមាត្រ

សញ្ញានៃអនុគមន៍រង្វង់

គេអោយរង្វង់ត្រីកោណមាត្រដែលមានផ្ចិត o ជាគល់តំរុយ (xoy) ។

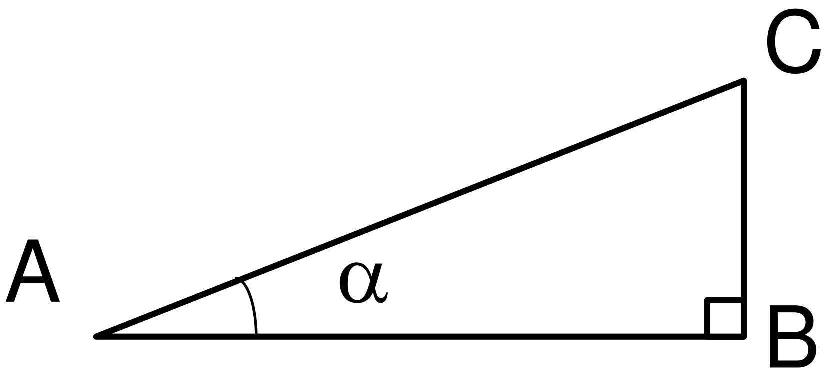
α ជារង្វាស់នៃមុំ $(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OM})$ រឺ ធ្នូ $\widehat{AM}$ ។

គេបាន $\sin\alpha = \overline{OQ}$; $\cos\alpha = \overline{OP}$; $\tan\alpha = \overline{AT}$; $\cot\alpha = \overline{BR}$ ។



III. អនុគមន៍ត្រីកោណមាត្រ

យើងមានត្រីកោណកែង ABC

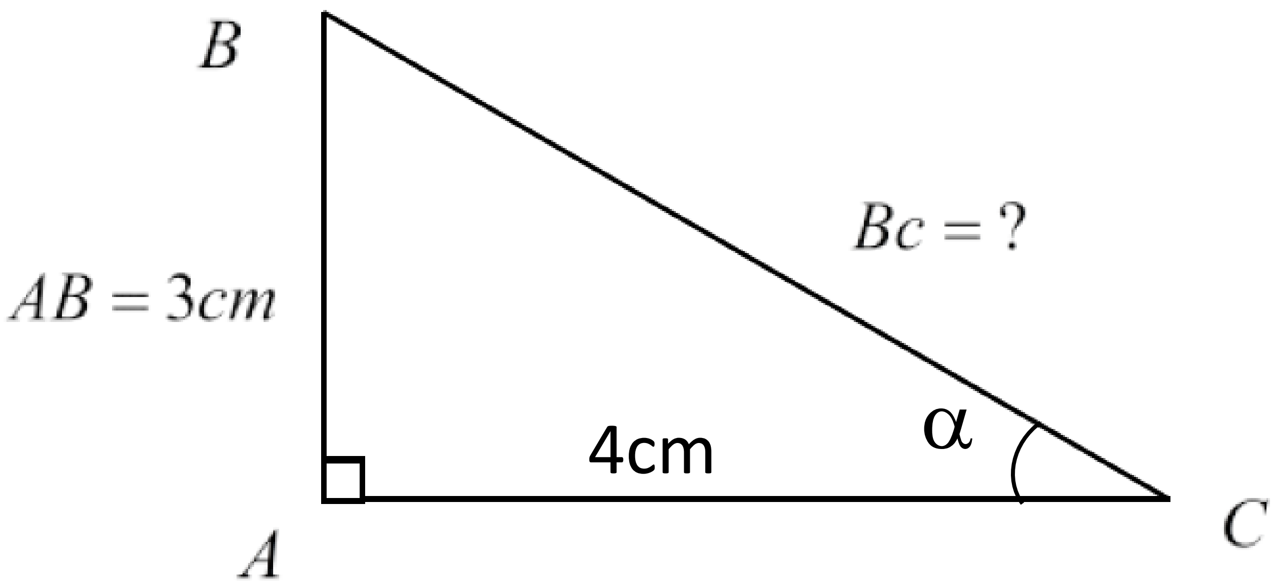


យើងបាន: $Cos\alpha = \frac{AB}{AC}$, $Cot\alpha = \frac{AB}{BC}$

$$\text{Sin}\alpha = \frac{BC}{AC}, \quad tan\alpha = \frac{BC}{AB}$$

III. អនុគមន៍ត្រីកោណមាត្រ

EX. គេអោយត្រីកោណកែង ABC ដូចរូបខាងក្រោម



1.ចូរគណនាប្រវែងជ្រុង $|BC|$

2.គណនា $\cos\alpha$, $\sin\alpha$, $\tan\alpha$

ដំណោះស្រាយ

$$BC^2 = AC^2 + AB^2$$

BC = $\sqrt{AC^2 + AB^2}$

= $\sqrt{4^2 + 3^2}$

= 5cm

2.គណនា $\cos\alpha$, $\sin\alpha$, $tg\alpha$

$$\cos\alpha = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{4}{5} = 0.8$$

$$\sin\alpha = \frac{3}{5} = 0.6$$

$$\Rightarrow \sin\alpha = 0.6$$

$$\tan\alpha = \frac{3}{4} = 0.75$$

$$\Rightarrow \tan\alpha = 0.75$$

IV. លីមីតនៃអនុគមន៍

អនុគមន៍ f(x) មានលីមីត L កាលណា x ខិតជិត c មានន័យថា ចំពោះគ្រប់ចំនួន $\varepsilon > 0$ គេមានចំនួន $\alpha > 0$ ដែល $0 < |x - c| < \alpha$ គេបាន $|f(x) - L| < \varepsilon$

Ex. គណនាលីត $\lim_{x \to 0} \frac{x\sin 3x}{\sin^2 5x}$

ដំណោះស្រាយ

គណនាលីត

$$\lim_{x\to 0}\frac{x\sin 3x}{\sin^2 5x} = \frac{0\times \sin 0}{\sin^2 0} = \frac{0}{0} \quad \left(\text{រាង } \frac{0}{0}\right)$$

ចែកនឹង x^2

$$\lim_{x\to 0}\frac{\frac{x\sin 3x}{x^2}}{\frac{\sin^2 5x}{x^2}} = \frac{\frac{\sin 3x}{3x}3}{\left(\frac{\sin 5x}{5x}5\right)^2} = \frac{1\times 3}{(1\times 5)^2} = \frac{3}{25}$$

V. ដេរីវេនៃអនុគមន៍

ដេរីវេនៃអនុគមន៍សំខាន់ៗមួយចំនួន

អនុគមន៍ f	ដេរីវេ f'	លក្ខខណ្ឌ	កំនត់លើ
$f(x) = b$	$f'(x) = 0$	x ជាចំនួនពិត	$\mathbb{R}$
$f(x) = ax + b$	$f'(x) = a$	x ជាចំនួនពិត	$\mathbb{R}$
$f(x) = x^n$	$f'(x) = nx^{n-1}$	$n \in \mathbb{N}^*$ ចំនួនគត់វិជ្ជមានមិនសូន្យ x ជាចំនួនពិត	$\mathbb{R}$
$f(x) = \sqrt{x}$	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	x ជាចំនួនពិតវិជ្ជមានដាច់ខាត	$]0;+\infty[$
$f(x) = \frac{1}{x}$	$f'(x) = \frac{1}{x^2}$	x ជាចំនួនពិតមិនសូន្យ	$]-\infty;o[\cup]0;+\infty[$
$f(x) = \frac{1}{x^n}$	$f'(x) = -\frac{n}{x^{n+1}}$	x ជាចំនួនពិតមិនសូន្យ $n \in \mathbb{N}^*$	$]-\infty;o[\cup]0;+\infty[$

Ex. គណនាដេរីវេទី២ នៃអនុគមន៍

$$y = 3x^2 - sin2x$$

ដំណោះស្រាយ

គណនាដេរីវេទី២ នៃអនុគមន៍

$$y = 3x^2 - sin2x$$

$$=> y' = 6x - 2cos2x$$

$$=> y'' = 6 + 4sin2x$$

VI. អាំងតេក្រាលកំណត់

រូបមន្តគ្រឹះសំរាប់គណនាអាំងតេក្រាលមិនកំណត់

1. $\int k dx = kx + c$ ដែល k ជាចំនួនពិត $k \neq 0$

2. $\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$

3. $\int x^n dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1} + c$ ដែល $n \neq -1$

4. $\int \frac{1}{x}dx = \int x^{-1}dx = \ln|x| + c$

5. $\int e^x dx = e^x + c$

6. $\int \sin x dx = -\cos x + c$

7. $\int \cos x dx = \sin x + c$

8. $\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$

9. $\int kP'(x)dx = kP(x) + c$ ដែល k ជាចំនួនពិត $k \neq 0$

10. $\int [P(x)]^n P'(x)dx = \frac{1}{n+1}[P(x)]^{n+1} + c$

11. $\int \frac{P'(x)}{P(x)}dx = \int \frac{1}{P(x)} \cdot P'(x)dx = \ln|P(x)| + c$

12. $\int e^{P(x)} \cdot P'(x)dx = e^{P(x)} + c$

13. $\int u dv = u \cdot v - \int v du$

VI. អាំងតេក្រាលកំណត់

អាំងតេក្រាលកំណត់

អាំតេក្រាលកំណត់ពី a ទៅ b នៃអនុគមន៍ y = f(x) ជាផលដក F(b)-F(a) ដែល F(x) ជាព្រីមីទីវ នៃអនុគមន៍ f(x) ។

គេកំណត់សរសេរ

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

VI. អាំងតេក្រាលកំណត់

Ex. គណនា $\int_{1}^{1}(3x^2+1)dx$

ដំណោះស្រាយ

គណនា

$$\int_{1}^{1}(3x^2+1)dx$$
$$= [x^3+x]_1^1$$
$$= (1^3+1)-(1^3+1)$$
$$= 0$$

សញ្ញាណ

យើងមាន $f'(x) = \frac{dy}{dx}$ ឬ

$\frac{dy}{dx} = f'(x)$ ជាសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល

លីនេអ៊ែលំដាប់ទី១

$=> y = \int f'(x)dx = f(x) + c$ ជា

ចម្លើយរបជាសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលនេះ

សមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលលីនេអ៊ែលំដាប់ទី១

រាងទូទៅ: $y' + ay = p(x)$

បើ $p(x) = 0$ យើងបាន

$y' + ay = 0$

មានចំលើយទូទៅ $y = Ae^{-ax}$

ដែល A ជាចំនួនថេរ

VII. សមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល

រាងទូទៅ: $y' + ay = p(x)$

បើ $p(x) \neq 0$

$\Rightarrow y' + ay = p(x)$

មានចម្លើយទូទៅ $y = y_c + y_p$

ដែល y_c ជាចម្លើយនៃសមីការ $y'+ay = 0$

និង y_p ជាចម្លើយពិសេសមួយនៃសមីការ

$y'+ay=p(x)$

សមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលលីនេអ៊ែលំដាប់ទី២

រាងទូទៅ: $y'' + by' + cy = p(x)$

បើ $p(x) = 0$ យើងបាន

$$y'' + by' + cy = 0$$

មានសមីការសម្គាល់ $\lambda^2 + b\lambda + c = 0$

បើ $\lambda_1 = \alpha$ និង $\lambda_2 = \beta$

មានចំលើយទូទៅ $y = Ae^{\alpha x} + B\, e^{\beta x}$

ដែល A និង B ជាចំនួនថេរ

VII. សមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល

បើ $\lambda_1 = \alpha + i\beta$ និង $\lambda_2 = \alpha - i\beta$

មានចំលើយទូទៅ $y =$

$Ae^{\alpha x}\,(C\cos\beta x + D\sin\beta x)$

ដែល C និង D ជាចំនួនថេរ

បើ $p(x) \neq 0$

$\Rightarrow y'' + by' + cy = p(x)$

មានចម្លើយទូទៅ $y = y_c + y_p$

VII. សមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល

ដែល y_c ជាចម្លើយនៃសមីការ $y''+by'+cy = 0$

និង y_p ជាចម្លើយពិសេសមួយនៃសមីការ

$y''+by'+cy=p(x)$

Ex. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលតាមលក្ខខណ្ឌដើម $y(0) = 1$

$y'- y = 1$

ដំណោះស្រាយ

ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលតាមលក្ខខណ្ឌដើម $y(0) = 1$

$y' - y = 1$

ចំលើយទូទៅនៃសមីការគឺៈ $y = y_c + y_p$

- រក y_c ជាចំលើយទូទៅនៃសមីការ $y' + y = 0$

$$y_c = Ae^{-ax} = Ae^{x}, A \in \Re$$

VII. សមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល

- រក y_p ជាចំលើយពិសេសនៃសមីការ $y' + y = 1$

  ដោយ $p(x) = 1$

  តាង $p(x) = b \Rightarrow y'_p = 0$

  ជំនួសក្នុងសមីការដើម យើងបាន

  $0 - b = 1 \Rightarrow b = -1$

ចំលើយទូទៅនៃសមីការគឺ:

$$y = Ae^{x} - 1 , A \in \Re$$

VII. សមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល

ចំលើយទូទៅនៃសមីការគឺ:

$$y = Ae^{x} + 1, A \in \Re$$

ចំពោះ y(0) = 1 => $Ae^{0} - 1 = 1 \Rightarrow A = 2$

ដូច្នេះ $\boxed{y = 2e^{x} + 1}$

VIII, IX, X &XI

VIII. វិញ្ញាសា គណិតវិទ្យា នៃវិទ្យាស្ថានវិទ្យាសាស្ត្រអគ្គិសនី សំរាប់ថ្នាក់ បរិញ្ញាបត្ររង ឆ្នាំសិក្សា ២០១៥-២០១៦

IX. វិញ្ញាសា គណិតវិទ្យា នៃវិទ្យាស្ថានវិទ្យាសាស្ត្រអគ្គិសនី សំរាប់ថ្នាក់ វិស្វករ ឆ្នាំសិក្សា ២០១៥-២០១៦

X. វិញ្ញាសា គណិតវិទ្យា សំរាប់វិទ្យាស្ថានបច្ចេកវិទ្យាកម្ពុជា

XI. វិញ្ញសា គណិតវិទ្យានៅតាមគ្រឹះស្ថានបណ្តុះបណ្តាលវិស័យ សុខាភិបាល

II. Temple of Cambodia

Thank You